第8講　関数の極限 —その1—

8

［A］　次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x+1}{x+2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}2^x$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(x^3-2x^2)$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2^x+2^{-x}}{3^x+3^{-x}}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2}{(x-1)^2}$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{3}{x^2-3x+2}$

［B］　次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)(3x^2+4)}{x^3+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+1}{x^2-1}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{2^x+3^x}{3^x+4^x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-x)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第８講　関数の極限 ―その１―

8　次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2}{x-1}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第８講　関数の極限 ―その１―

8

［A］　次の極限を求めよ．

（1）$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x+2}$

（2）$\displaystyle\lim_{x\to -\infty}2^x$

（3）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(x^3-2x^2)$

（4）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2^x+2^{-x}}{3^x+3^{-x}}$

（5）$\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{2}{(x-1)^2}$

（6）$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{3}{x^2-3x+2}$

［B］　次の極限を求めよ．

（1）$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

（2）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)(3x^2+4)}{x^3+1}$

（3）$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2+1}{x^2-1}$

（4）$\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\frac{2^x+3^x}{3^x+4^x}$

（5）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-x)$

【答】　［A］（1）$\dfrac{3}{4}$　（2）0　（3）∞　（4）0　（5）∞　（6）極限無し

［B］（1）4　（2）3　（3）-1　（4）∞　（5）$\dfrac{1}{2}$

【解説】　［A］（1）$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x+2}=\frac{2+1}{2+2}=\mathbf{\frac{3}{4}}$

（2）$\displaystyle\lim_{x\to -\infty}2^x=\mathbf{0}$

（3）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(x^3-2x^2)=\lim_{x\to\infty}x^3\left(1-\frac{2}{x}\right)=\infty$

（4）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2^x+2^{-x}}{3^x+3^{-x}}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\frac{1+4^{-x}}{1+9^{-x}}=\mathbf{0}$

（5）$\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{2}{(x-1)^2}=\infty$

（6）$\displaystyle\lim_{x\to 2-0}\frac{3}{x^2-3x+2}=-\infty$，$\displaystyle\lim_{x\to 2+0}\frac{3}{x^2-3x+2}=\infty$ より $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{3}{x^2-3x+2}$ は**極限無し**．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］（1）　$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2)=\mathbf{4}$

（2）　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)(3x^2+4)}{x^3+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(1+\frac{2}{x}\right)\left(3+\frac{4}{x^2}\right)}{1+\frac{1}{x^3}}=\mathbf{3}$

（3）　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{0+1}{0-1}=\mathbf{-1}$

（4）　$\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\frac{2^x+3^x}{3^x+4^x}=\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\frac{1+\left(\frac{3}{2}\right)^x}{1+\left(\frac{4}{3}\right)^x}=\infty$

（5）　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第８講　関数の極限 ―その１―

8　次の極限を求めよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2}{x-1}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)$

【答】 (1) $\dfrac{2}{3}$　(2) 1　(3) 極限無し　(4) $-\dfrac{1}{2}$

【解説】 (1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\lim_{x\to1}\frac{x+1}{x^2+x+1}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}=\mathbf{1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1-0}\frac{2}{x-1}=-\infty$，$\displaystyle\lim_{x\to1+0}\frac{2}{x-1}=\infty$ より $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2}{x-1}$ は**極限無し**．

(4) $x=-t$ とおくと，$x\to-\infty$ のとき $t\to\infty$ なので

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)=\lim_{t\to\infty}\left(\sqrt{t^2-t+1}-t\right)=\lim_{t\to\infty}\frac{-t+1}{\sqrt{t^2-t+1}+t}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-1+\dfrac{1}{t}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{t}+\dfrac{1}{t^2}}+1}=\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。